0 328173 240000

32-81-73-24
(124.6)

выход 13:08-13:12

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 1 (11 класс)

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Ломоносов" по математике
наменование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Ковалевой Полины Александровны
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата
«29» 03 2026 года

Подпись участника

100(сто) [illegible]

32-81-73-24
(124.6)

Черновик.

$\frac{x}{a+b+c} = \frac{108}{9}; y = 8$

① $\left(\sqrt{6(1-tg^2x)}\right)^2 = (4\sin x)^2$

$tg\,x = \frac{\sin x}{\cos x}$

$ctg\,x = \frac{\cos x}{\sin x}$

$6\cdot(1-tg^2x) = 16\sin^2 x$

$1 - tg^2x = \frac{16\sin^2 x}{6}$

$-tg^2x = \frac{16\sin^2 x}{6} - \frac{1}{1}$

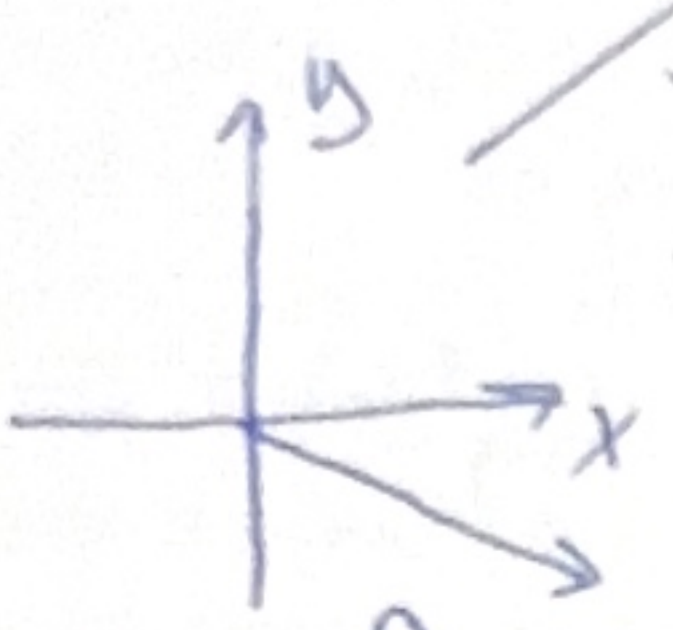
$-tg^2x = \frac{16\sin^2 x}{6} - \frac{6}{6}$

$-tg^2x = \frac{16\sin^2 x - 6}{6} \mid \cdot -1$

$tg^2x = -\frac{(16\sin^2 x - 6)}{6}$

$16\sin^2 x - 6 < 0$

$tg^2x = \sqrt{-\frac{(16\sin^2 x - 6)}{6}}$



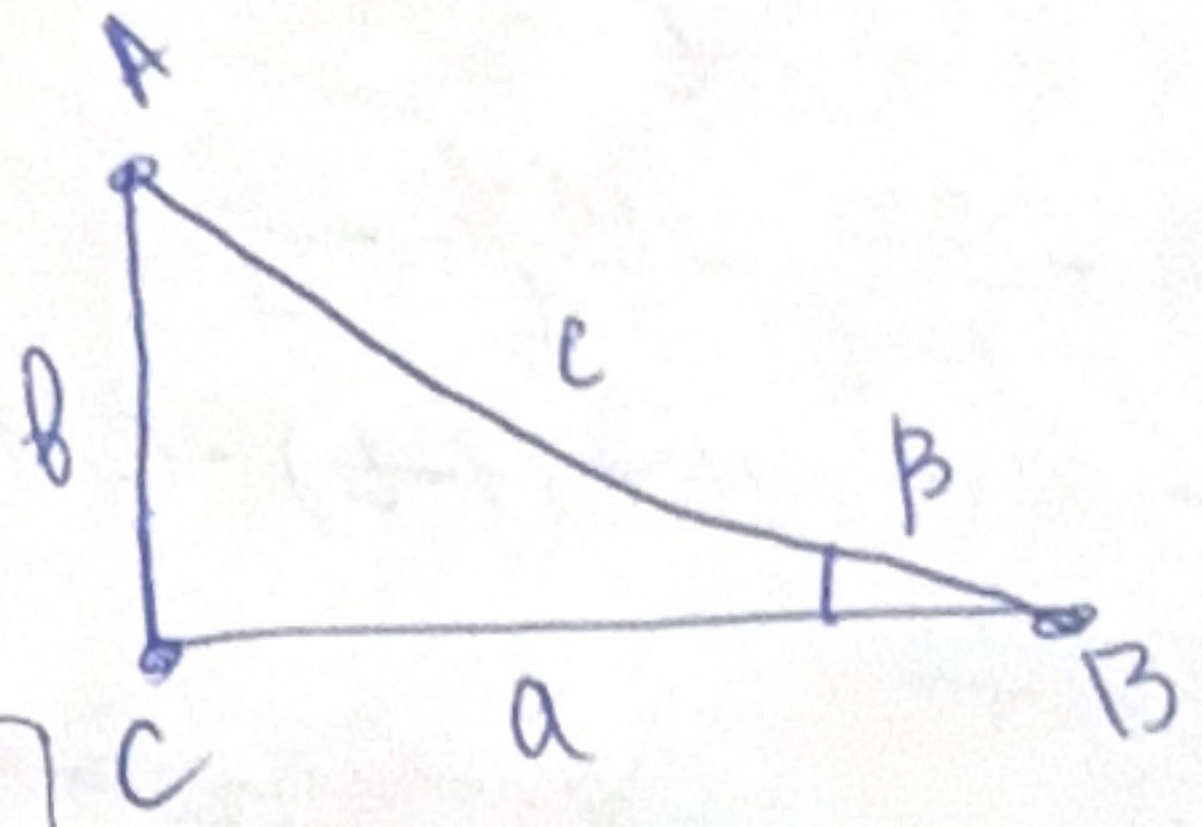
$\boxed{\sin^2x + \cos^2x = 1.}$

$\cos^2x = 1 - \sin^2 x$

Теорема косинусов:

В треугольнике квадрат любой стороны равен сумме квадратов двух других сторон минус удвоенное произведение двух этих сторон на косинус угла между ними.

405



$tg^2 = \frac{\sin^2}{\cos^2}$

$\sin^2 = tg^2 \cdot \cos^2$

$\boxed{b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cdot\cos\beta}$

$\sqrt{6\cdot(1-tg^2x)} = 4\sin x$

$16\sin^2 x - 6 < 0$

$\sqrt{6\cdot(1-tg^2x)} =$

$16\sin^2 x < 6$

$\sin^2 x < \frac{6}{16}$

$\sin^2 x < \frac{3}{8}$

$\sin x < \sqrt{\frac{3}{8}}$

9 = 4 + 5
9 = 8 + 1
9 = 7 + 2
9 = 6 + 3
9 = 9 + 0

108 207 306 405 504 603 702 801 900

$y\cdot(a+b+c) = 9\cdot x$

$x = \frac{y\cdot(a+b+c)}{9}$

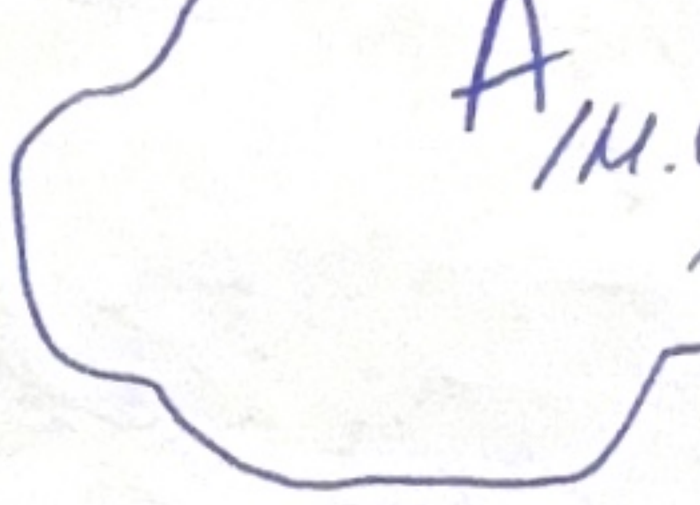
$\frac{x}{a+b+c} =$

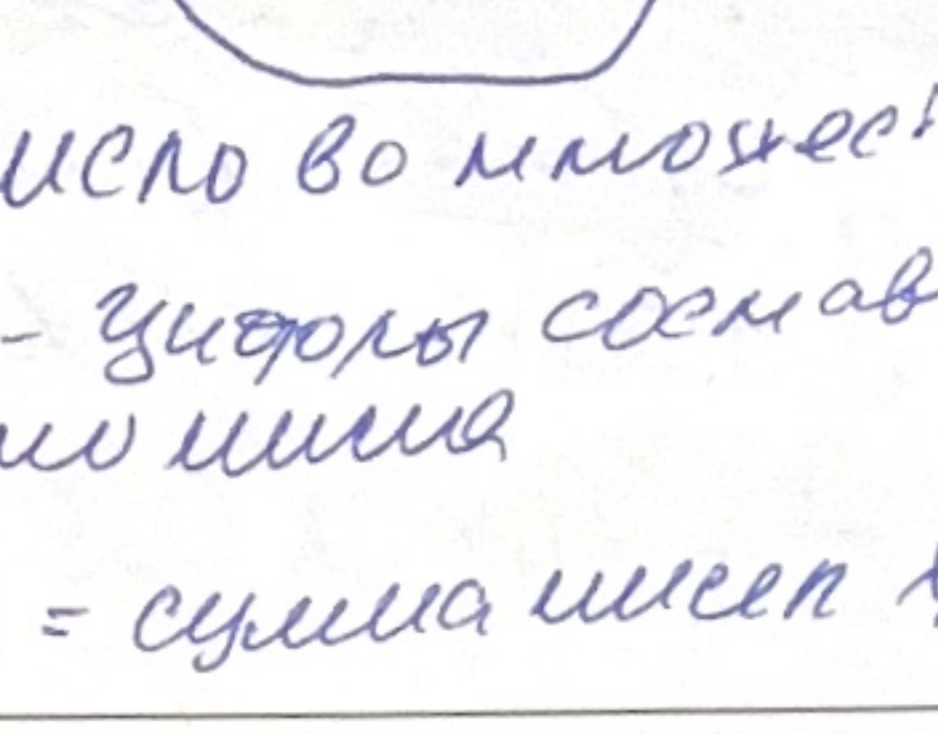
$x = \frac{108\cdot 9}{9} = y$

$y = \frac{9\cdot x}{a+b+c}$

$y = \frac{9\cdot 108}{108}$

$\boxed{\frac{y}{9} = Z}$ целое число!





x – число во множестве A

a, в, c – цифры составляющие это число

a + в + c = сумма чисел $x_1; x_2$...

$37 - 31 = 3{,}5$

$306 : 9 = 34$

$207 : 9 = 23$

$108 : 9 = 12$

$108 \mid 9$

2

Чистовик.

① Решите уравнение.

Дано:

$\sqrt{6\cdot(1-tg^2x)}=4\sin x$

Решение:

1) $\left(\sqrt{6\cdot(1-tg^2x)}\right)^2=(4\sin x)^2$

$\sin x \geq 0$

ОДЗ:

$6\cdot(1-tg^2x)\geq 0$

$6-6tg^2x\geq 0$

$-6tg^2x\geq -6$

$tg^2x\leq 1$

$tgx\leq\sqrt{1}$

$-1\leq tgx\leq 1$

1

0

$x\in$

$6\cdot(1-tg^2x)=16\sin^2x$

$6-6tg^2x=16\sin^2x$

$6-6tg^2x=16\cdot tg^2x\cdot\cos^2x$

$-6tg^2x=16tg^2x\cdot\cos^2x-6$

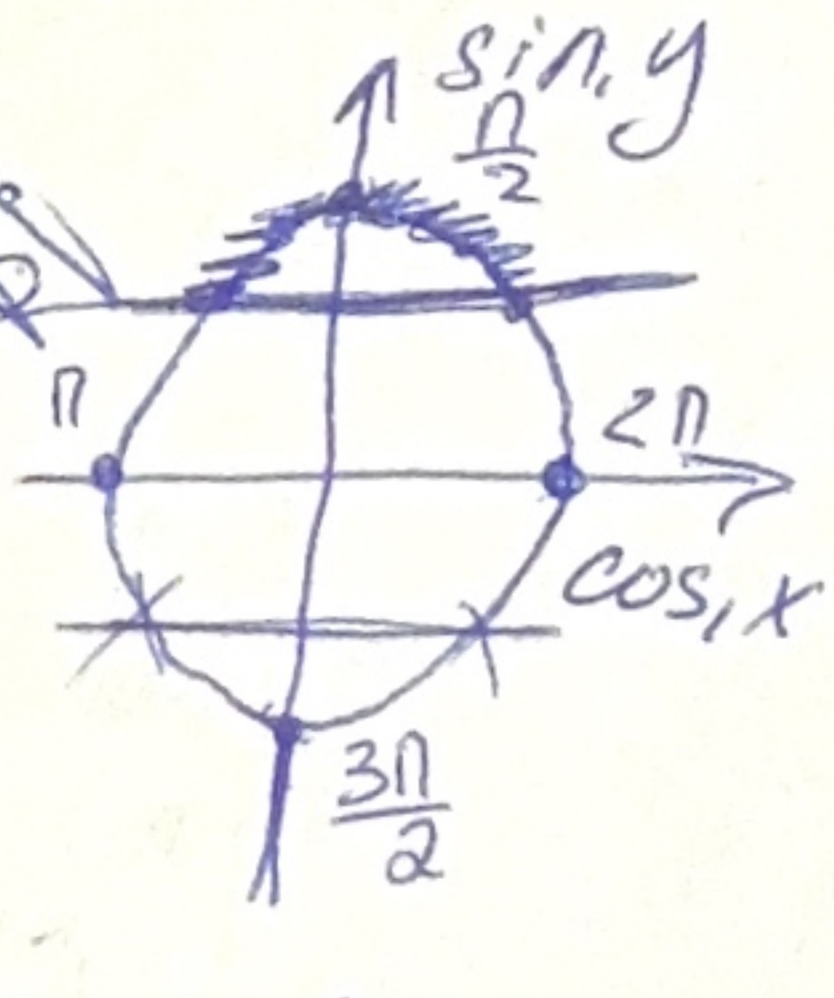
$-6tg^2x=16tg^2x\cdot\cos^2x-6$

~~$-6tg^2x=(4tgx\cos x-\sqrt{6})\cdot(4tgx\cos x+\sqrt{6})$~~

~~$-6tg^2x=16tg^2x\cdot\cos^2x-6$~~

~~$-6\frac{\sin^2x}{\cos^2x}=16\frac{\sin^2x}{\cos^2}\cdot\frac{\cos^2x}{1}-6$~~

~~$-6\frac{\sin^2x}{\cos^2x}=16\frac{\sin^2x}{1}-6$~~



~~$-6\cdot\frac{\sin^2x}{\cos^2x}=16\frac{\sin^2x}{1}-\frac{6}{1}$~~

~~Ответ нет корней~~

$6-6\frac{\sin^2x}{\cos^2x}=16\sin^2x$

$-\frac{6\sin^2x}{1-\sin^2x}=\frac{16\sin^2x}{1}-\frac{6}{1}$

2) сделаем замену!

$\sin^2x=t\;\Rightarrow$

$-\frac{6t}{1-t}=\frac{16t}{1}-\frac{6}{1}\,\Big|\cdot(1-t)$

$-6t=16t(1-t)-6(1-t)$

$-6t=16t-16t^2-6+6t$

$16t^2-28t+6=0$

$8t^2-14t+3$

$8t\left[\begin{array}{l}12\\2\end{array}\right.$

$t=\frac{3}{2}\;\varnothing$

$t=\frac{1}{4}$

$\sin^2x=\frac{1}{4}$

$\sin x=\pm\frac{1}{2}$

Ответ:

$\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{6}+2\pi k;\;k\in Z\\x=\frac{5\pi}{6}+2\pi k;\;k\in Z\end{array}\right.$

32-81-73-24
(124.5)

[redacted]

Чистовик.

[redacted]

[redacted]

Задача 2
Дано:
А - N числа, которые при делении на сумму своих цифор дают число, кратное 9.

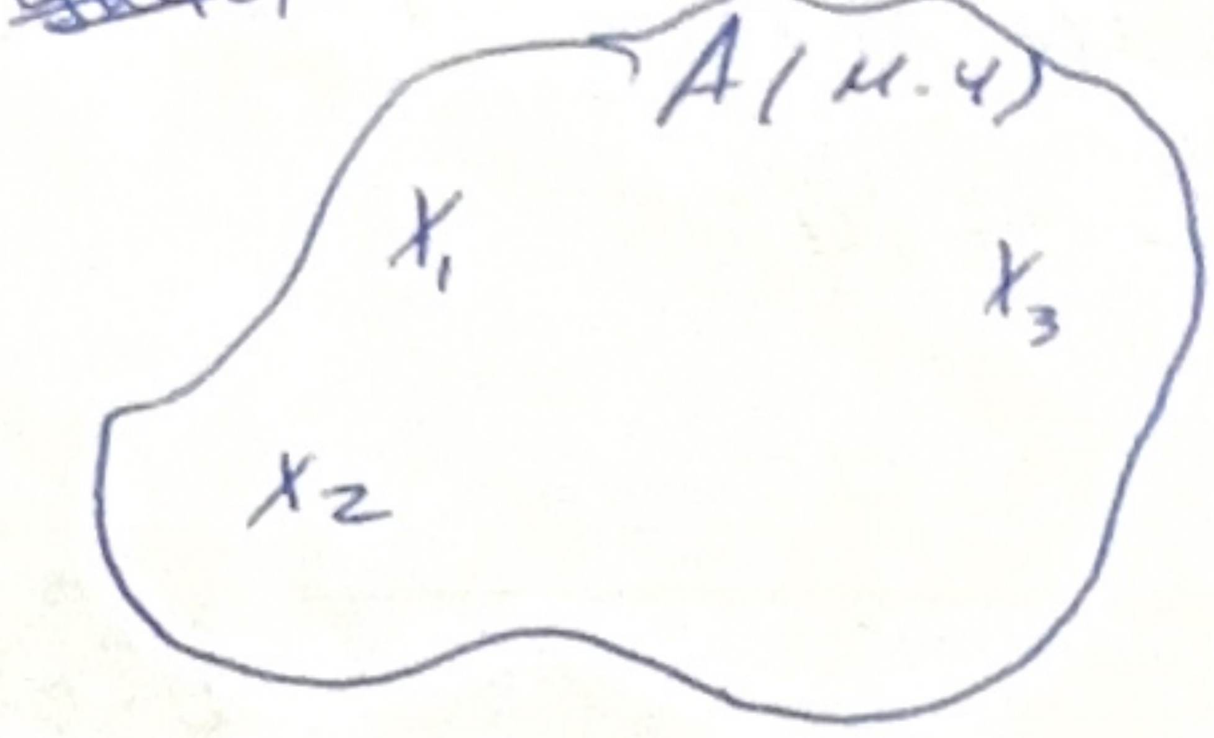
А: x_1 ; x_2 : x_3 ..... - числа во множестве А

a, в, с ..... - цифры составляющие эти числа

a+в+с - сумма этих ~~цифор~~ чисел (x_1 ; x_2 ...)

$y = \frac{x}{a+в+c}$

$\frac{y}{9} = Z$ (целое число)



Найти:
все трехзначные числа -?
сумму x_2 -? ; x_5 -?
сумму предпоследнего -?

$y = Z$ (целое число)

Решение:
Возьмем число:

~~1) 108: Пусть 1=a ; 0=в ; 8=с ⟹~~

~~$x_1 = 108$; a+в+с = 9~~

~~$y = \frac{108}{9} = 12$~~

~~2) 207~~

~~$x_2 = 207$; a+в+с = 9~~

~~$y = \frac{207}{9} = 23$~~

243 + 486 + 810 = 1539

~~3) $x_3 = 306$~~

~~a+в+с = 9~~

~~$y = \frac{306}{9}$~~

4) $\frac{x}{a+в+c} = \frac{y}{9}$ [redacted]

x - трехзначные числа

$x = y \cdot S$, $y = 9k$

y - целое число, кратное 9

где S - сумма цифор

$x \vdots 9 \Rightarrow S \vdots 9 \Rightarrow x \vdots 81$

~~a+в+с = сумма цифор~~

~~числ~~. ✓162 ✓486 ✓810
✓243 ~~567~~ ~~891~~
✓324 ✓648 ✓972
✓405 ~~729~~

Z - натуральные числа.

Ответ: 1539

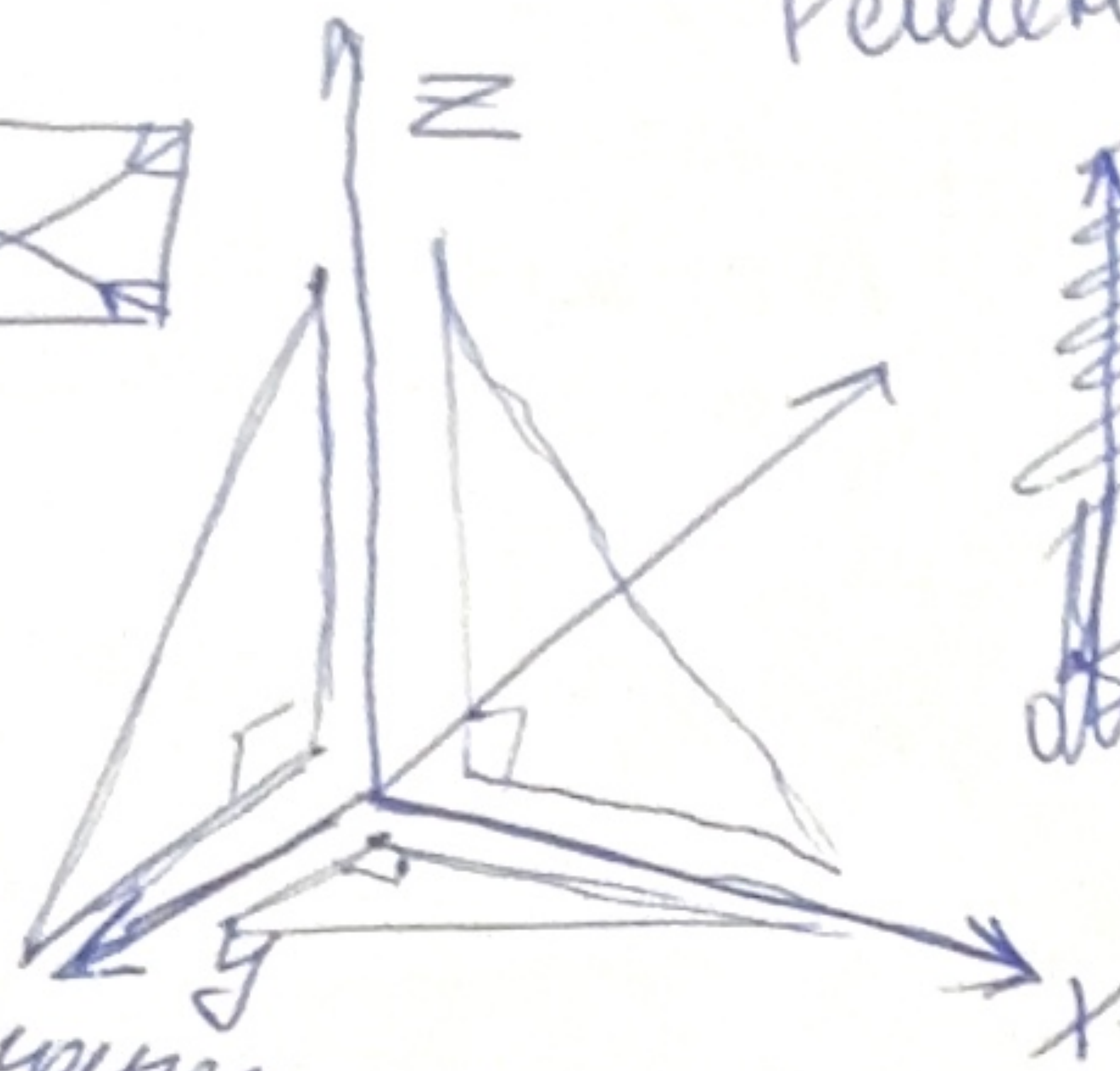
[redacted]

[redacted]

Чистовик.

Задача 3.

Дано:



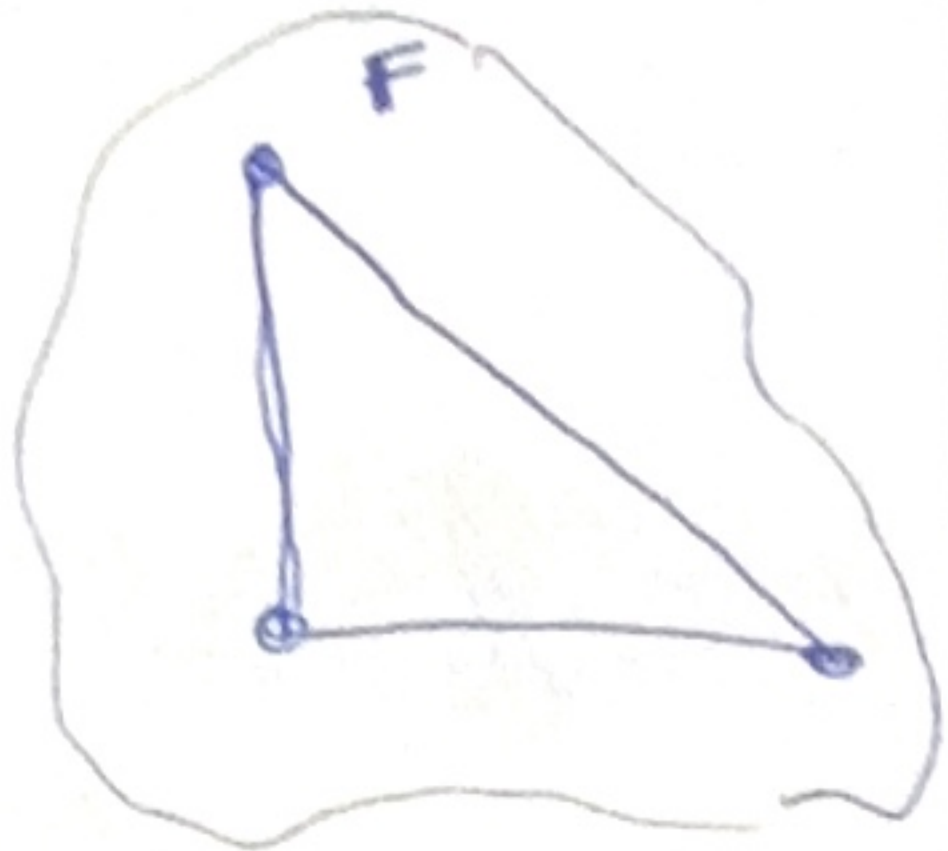
F-множество точек

коорд. точек из мн. F

Рассмотрим плоскости ∥ x Z (уменьшения)

Z ≤ 141

Решение:



1) Пусть: $x_1; x_2; x_3$ … множество точек F

Найдите:

Кол. прямоугол. Δ, вершины ∈ мн. F. каждый катет ∥ одной из 3 коорд. осей.

$$\begin{array}{r} 5184 \\ \cdot \quad 27 \\ \hline 36288 \\ 10368 \\ \hline 139968 \end{array}$$

$$\boxed{F: x_1; x_2; x_3 \ldots x_n}$$

$$(C_9^2) = \frac{9!}{2! \cdot 7!} = \frac{\cancel{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7} \cdot 8 \cdot 9}{1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot \cancel{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}}$$

$$(C_9^2)^2 = 36^2 = (35+1)^2 = 1225 + 1 + 70 = 1296$$

$$1296 \cdot 4 = 4000 + 800 + 360 + 24 = 5184$$

Ответ: [illegible] $\boxed{139968}$ [illegible]

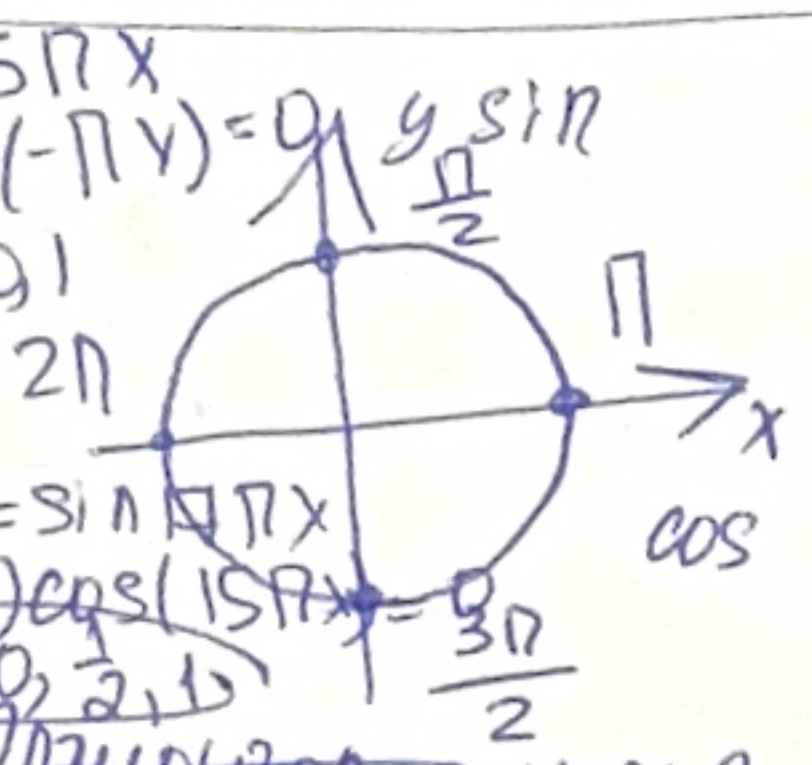
Задача 4

$\sin 13\pi x = \sin 15\pi x$

$2\cos(14\pi x)\sin(-\pi y) = 0$

$14x = \frac{1}{2} + \pi \quad x = 0{,}1$

$x = \frac{\frac{1}{2} + \pi}{14}$ ⑭



$\sin 13\pi x = \sin 1\pi x$

$\sin(2\pi x)\cos(15\pi x)$

$x = 0, \frac{1}{2}, 1$

– ~~Прямоугол~~ ~~полоска~~

$x = \frac{\frac{1}{2} + \pi}{15}$ ⑮

Дано:

$0 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1$

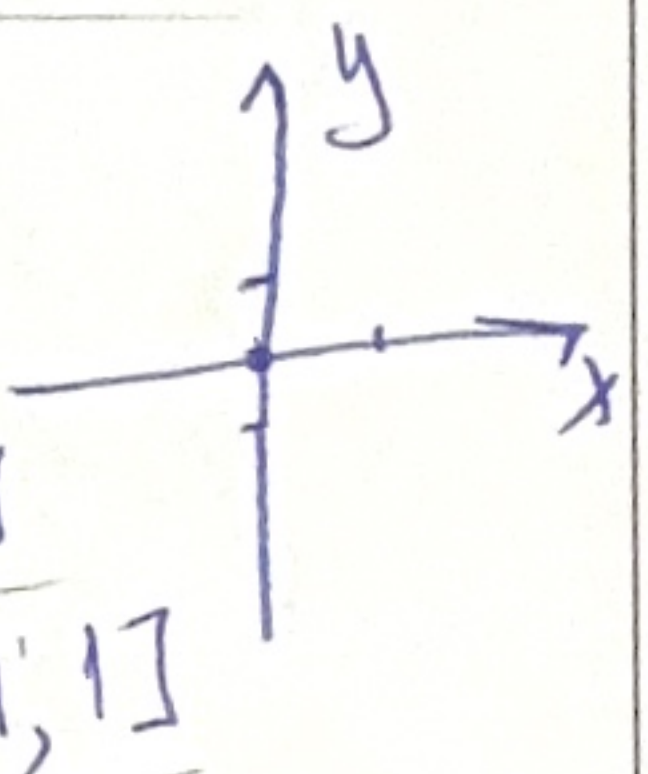
$y = \sin k\pi x; k \in \{13; 15; 17\}$

Решение:

1) $0 \leq x \leq 1 \Rightarrow$

$x \in$ [illegible] $[0, 1]$

$-1 \leq y \leq 1 \Rightarrow y \in [-1, 1]$



$\boxed{y = \sin k\pi x}, k \in \{13; 15; 17\}$

Найти: $k \in \{13, 15, 17\}$

если $\sin k\pi x = 1$ или -1 $\pi + 2\pi m$

$k\pi x = \frac{\pi}{2} + 2\pi m \quad k\pi x = -\frac{\pi}{2}$

$x = \frac{1 + 4m}{2k} \quad x = \frac{4m - 1}{2k}$

~~На сколько не пересекающихся~~

$x = \frac{1 + 4m}{2k} \quad x = \frac{4m - 1}{2k}$

~~Областей она разделена эта~~

~~плоскость~~ ?

$k = 13 \Rightarrow 13 \quad k = 17 \Rightarrow 17$

$k = 15 \Rightarrow 15$

~~$x = \frac{\frac{1}{2} + \pi}{15}$~~ [illegible] [illegible]

$0 \leq x \leq 1; -1 \leq y \leq 1$

$\sin 15\pi x = \sin 17\pi x$

$\sin \pi x \cos 16\pi x = 0$

$x = 0{,}1 \quad x = \frac{\frac{1}{2} + \pi}{16}$ ⑯

$14 + 15 + 16 = 45$

$45 + 48 = 93$

Ответ: над 3 области.

Задача 5. Чистовик.

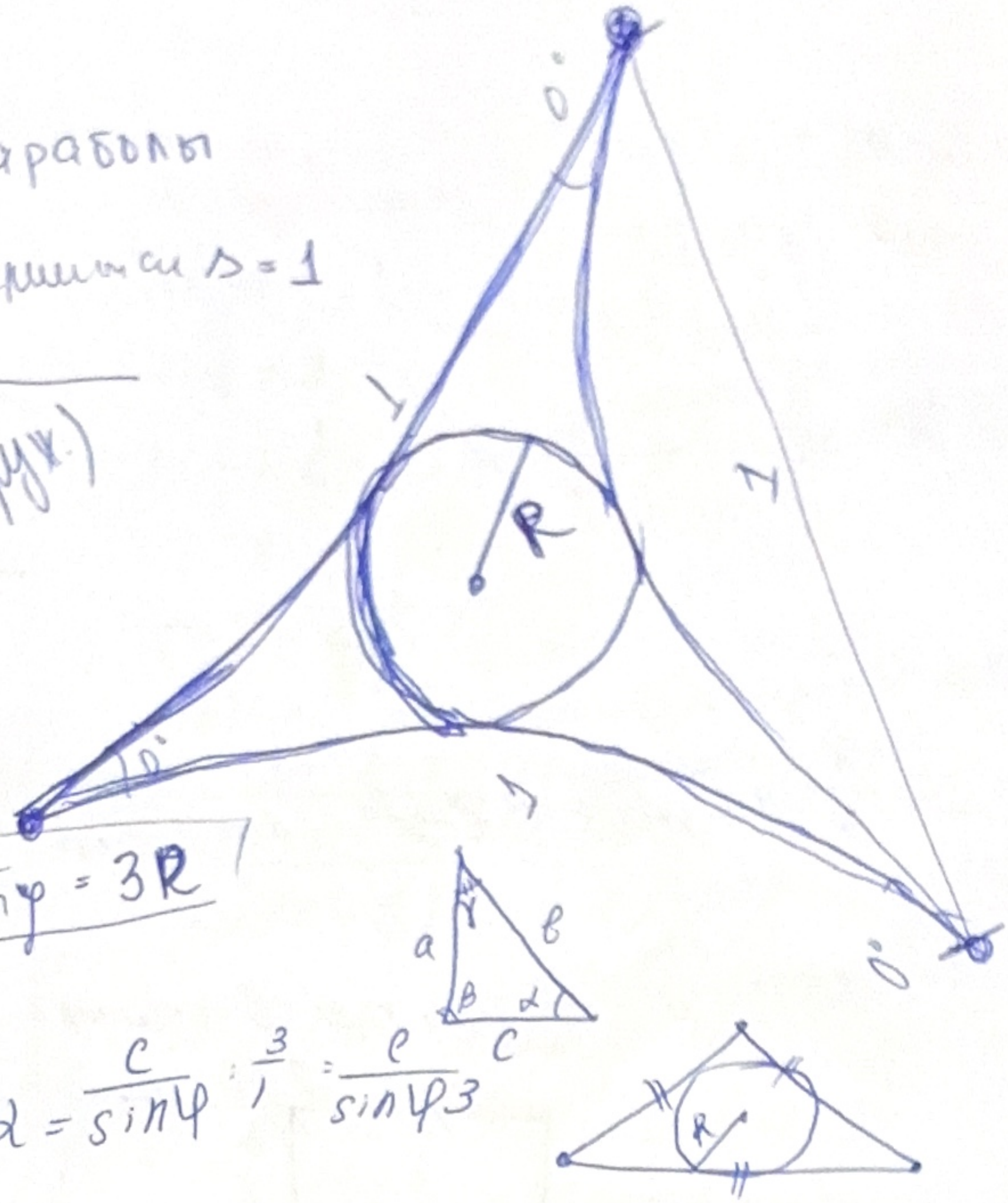
Дано:

$y = Cx^2$ – графики параболы

S(между соседними вершинами) = 1

Найти:

r – ? (радиус впис. окруж.)



Решение:

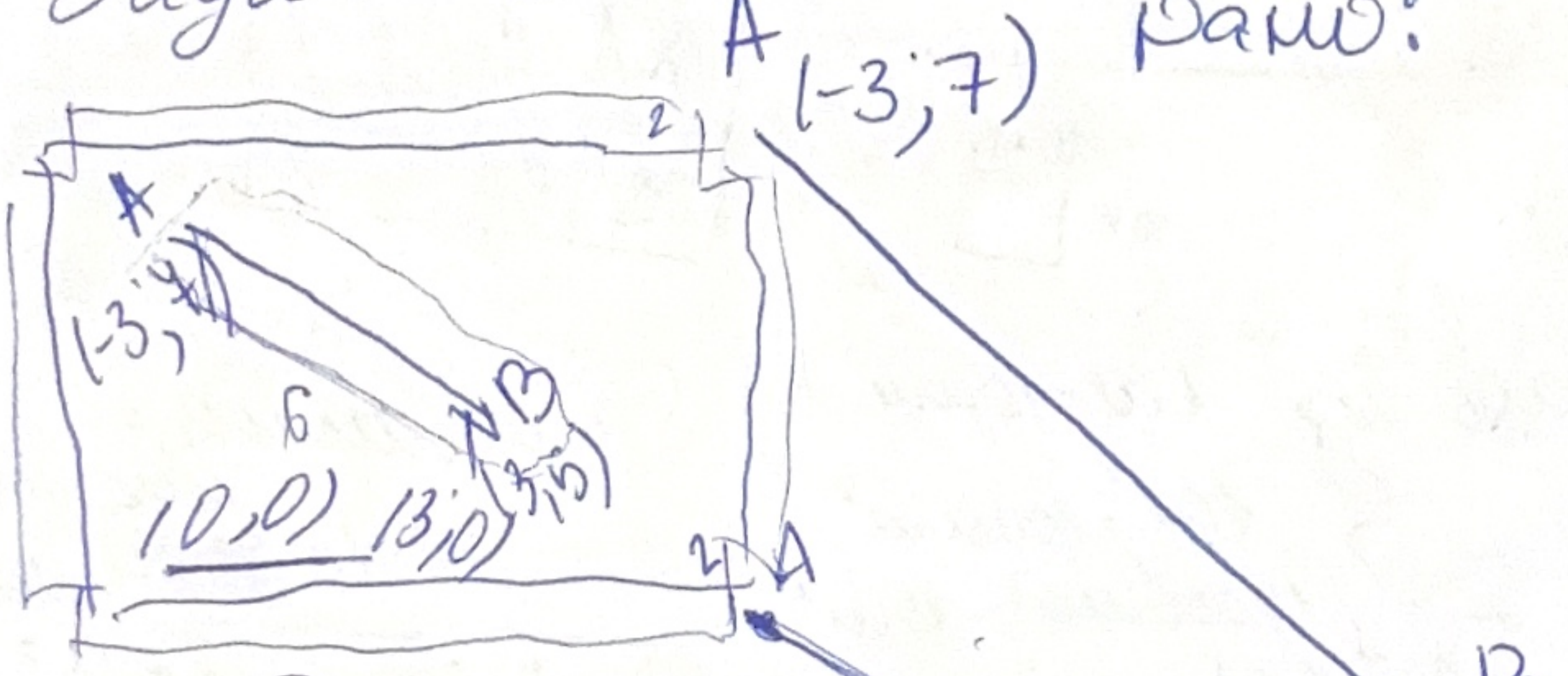
1) ~~sin~~ $\boxed{\frac{a}{\sin a} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\varphi} = 3R}$

2) $\frac{c}{\sin\varphi} = \frac{3R}{1} \Rightarrow R = \frac{c}{\sin\varphi} : \frac{3}{1} = \frac{c}{\sin\varphi 3}$

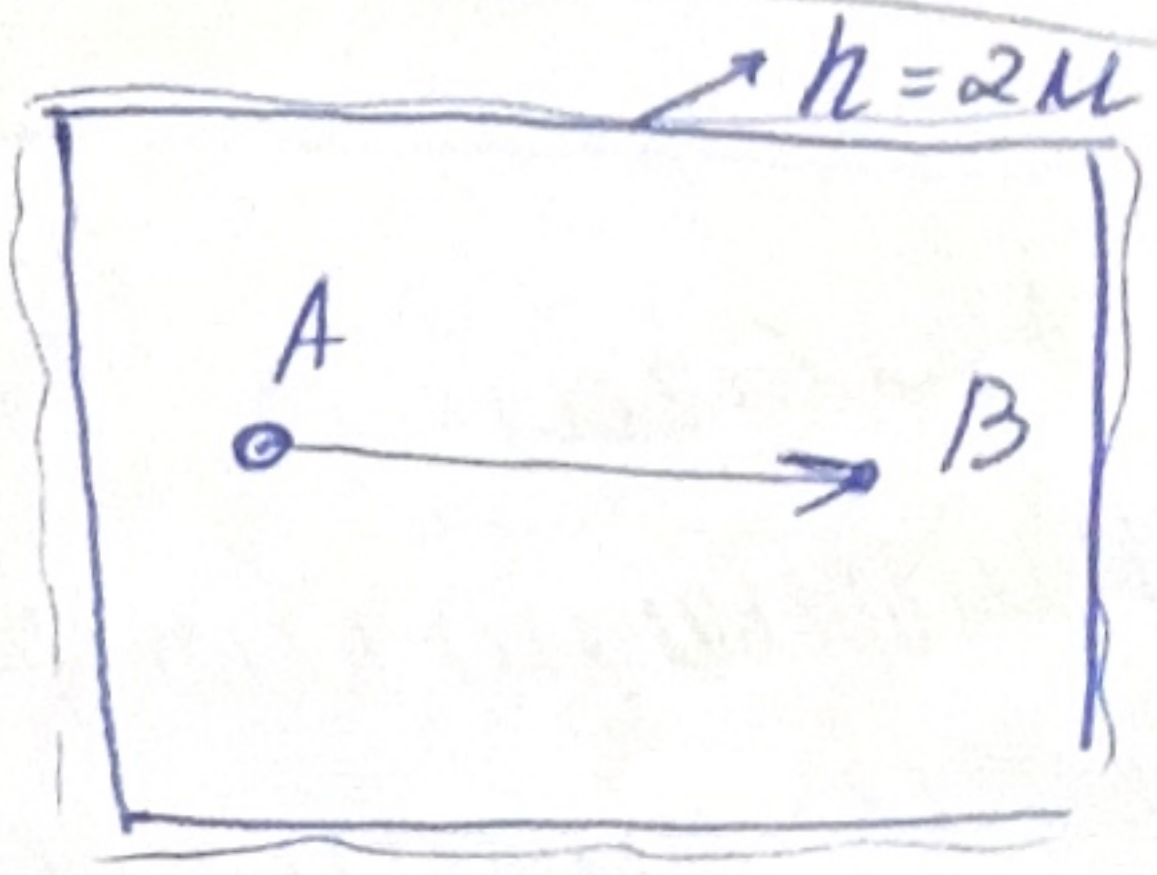
3)

Ответ: R = 3

Задача 6.



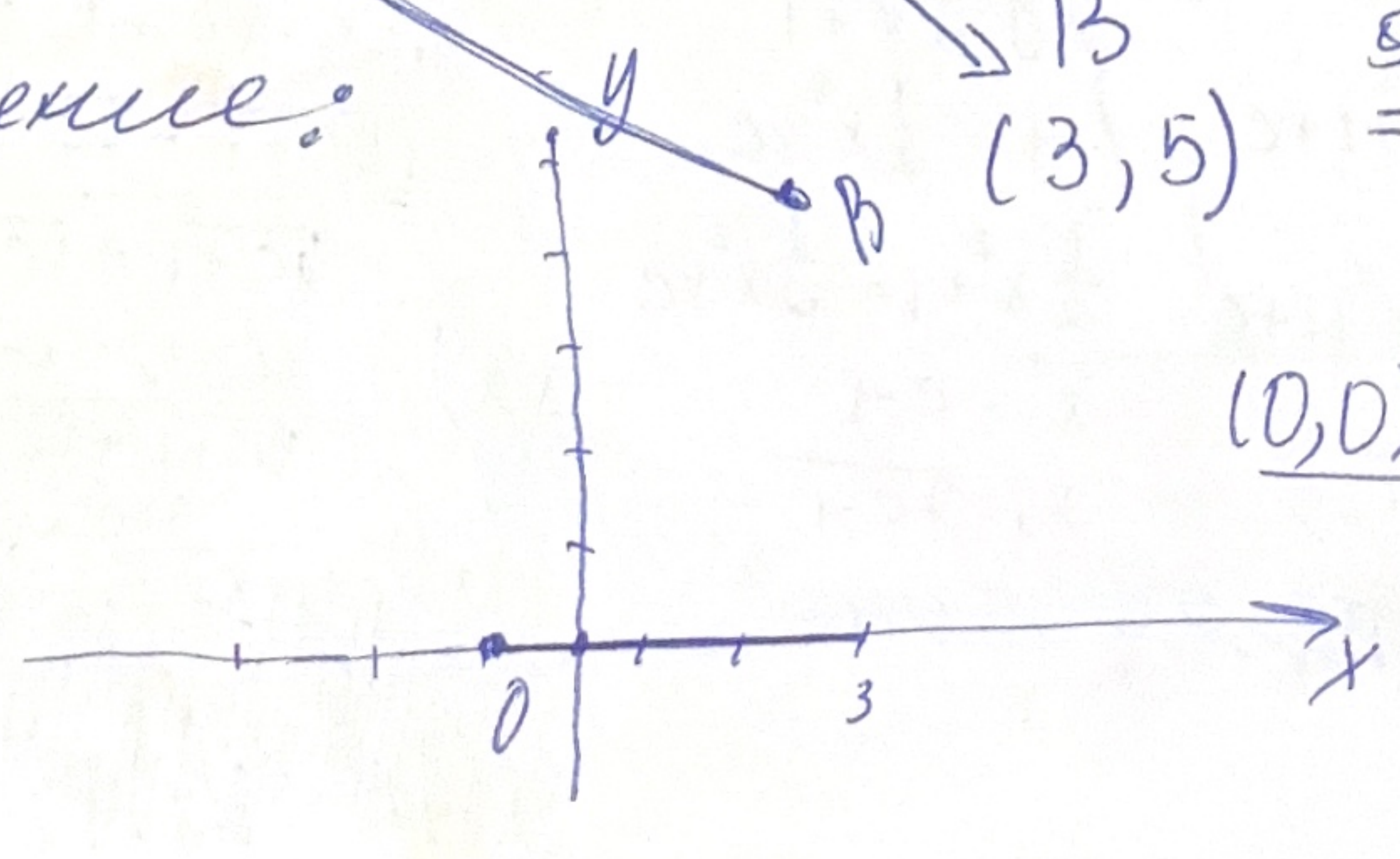
Дано:



высота от A до „пустыня„ = $= h_2 \Rightarrow h_2 = 6м$

Решение:

1) ~~пуст~~



(0,0) (3,0)

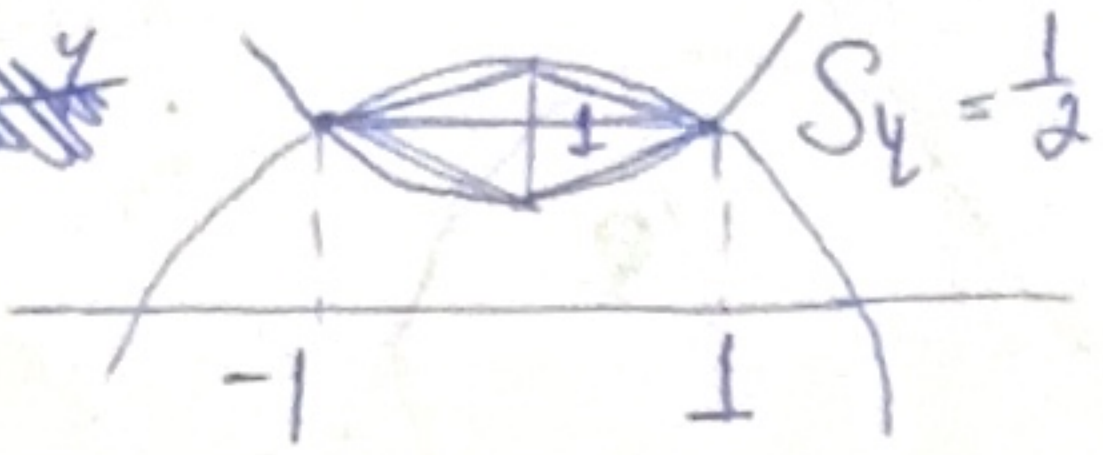
2)

Чистовик

Ответ: 27 м² (S - которая оставалась заметимой)

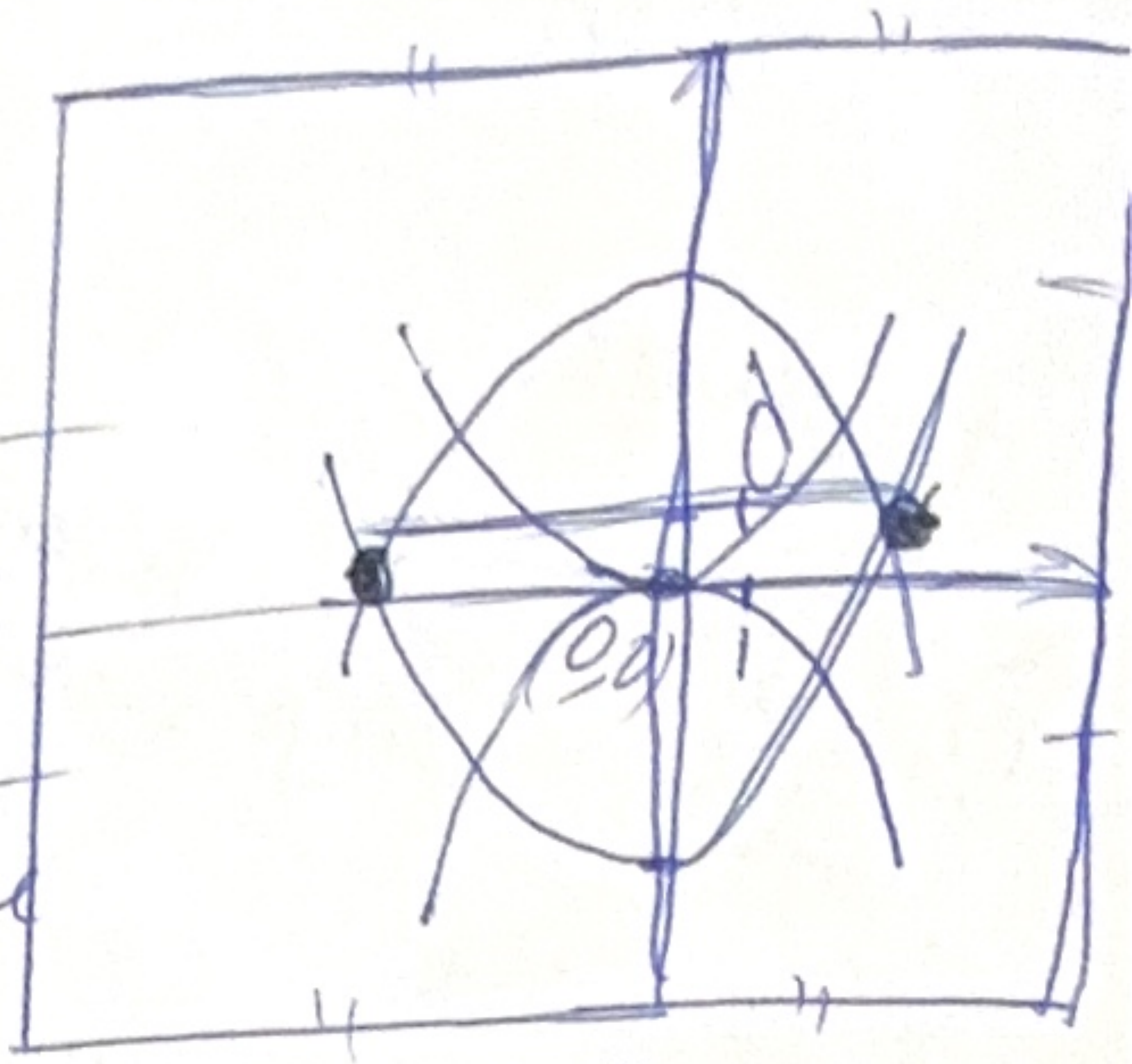
Задача 7. $\begin{cases} y=\frac{1}{2}x^2 \\ y=1-\frac{1}{2}x^2 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{2}x^2=1-\frac{1}{2}x^2$

$x^2=1 \quad x=\pm1$



$S_ч=\frac{1}{2}\cdot1\cdot2=1$.

Решение:



Дано:

$y=\pm\frac{x^2}{2}+c$, где $c\in\mathbb{Z}$, - парабол.

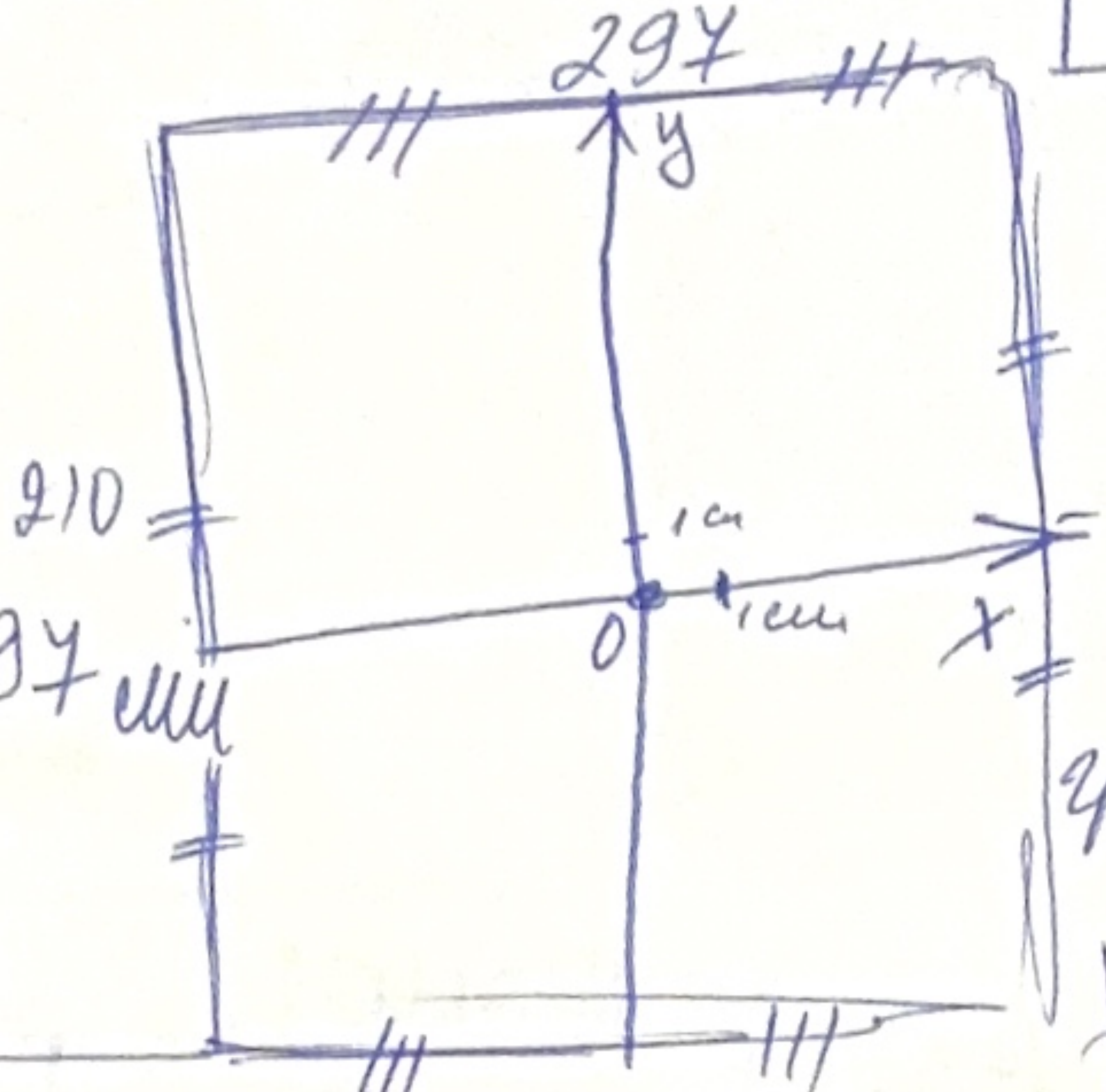
(система коорд. имеет начало в центре листа)

1 см - ед. от.

Размер. т.с = 210×297 мм

210 - высота

297 - ширина



$y=\pm\frac{x^2}{2}+c$ - квадратичная функция

график парабола

Найти:

наибольшую площадь из четырех угольников. - ?

1 см = 10 мм. 1)

1 см² = 100 мм²

1000 мм² = 10 см²

S всего листа = 210 · 297 = 62370 мм²

$\begin{cases} y=\frac{1}{2}x^2 \\ y=-\frac{1}{2}x^2+1+c \end{cases}$

$\frac{1}{2}x^2=-\frac{1}{2}x^2+1+c$

$x^2=c+1$

$x_1=\sqrt{c+1}$

~~3765 мм²~~

$\begin{cases} y=\frac{1}{2}x^2+1 \\ y=-\frac{1}{2}x^2+c \end{cases}$

$\frac{1}{2}x^2+1=-\frac{1}{2}x^2+c$

$x^2=c-1$

$x_2=\sqrt{c-1}$

$x_1-x_2=\sqrt{c+1}-\sqrt{c-1} \Rightarrow d=$

$=\frac{(\sqrt{c+1}-\sqrt{c-1})(\sqrt{c+1}+\sqrt{c-1})}{\sqrt{c+1}+\sqrt{c-1}}=$

$=\frac{(c+1)-(c-1)}{\sqrt{c+1}+\sqrt{c-1}}=\frac{2}{\sqrt{c+1}+\sqrt{c-1}}$ - функция убывающая по c

Значит макс. $S_ч=1$

Ответ ①

Чистовик.

Задача 8.

Дано:

$8x^2 \log_a x - \log_x a - 2x \leq 0$

ОДЗ:
$x>0$ $x \neq 1$
$a>0$
$a \neq 1$

Найти:

При каких значениях ~~выражения~~ параметра а множество решений неравенство состоит из полуинтервала и точки (которая не принадлежит этому полуинтервалу и не является концом)

$8x^2 \log_a x - \log_x a - 2x \leq 0$

$\boxed{\log_a x} = \frac{1}{\log_x a}$; $-\log_x a = \frac{1}{\log_a x}$

$\to t \Rightarrow x = a^t$

$f(t) = 8a^{2t} t^2 - 2a^t t - 1$

$\boxed{z = a^t \cdot t}$

$f(z) = 8z^2 - 2z - 1$ $f(z) = 8(z - \frac{1}{2})(z + \frac{1}{2}) \Rightarrow f(z) = (2z-1)(4z+1)$

$a^t \cdot t \to (0, +\infty)$

$(-\infty, 0)$ min в $\frac{-1}{\ln a} \Rightarrow \frac{-1}{e \ln a}$

$a^t t = -\frac{1}{4}$ $e \ln a = 4$ $\exists!$ корень

$$\boxed{\begin{array}{l} 8a^{2t} t^2 - 2a^t t - 1 \leq 0 \text{ при } t>0 \\ 8a^{2t} t^2 - 2a^t t - 1 \geq 0 \text{ при } t<0 \end{array}}$$

$a^t t = \frac{1}{2}$

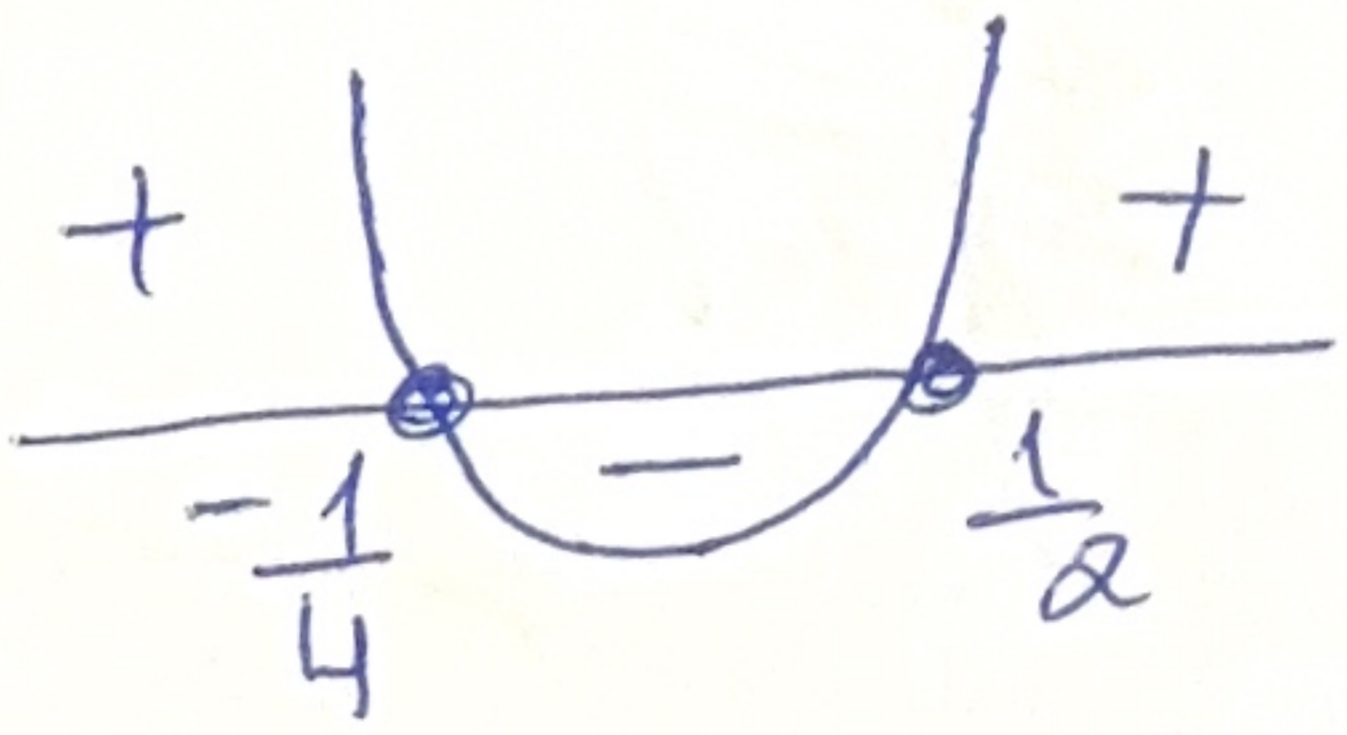
$a^t t = -\frac{1}{4}$ $\exists!$ корень $t>0$

$e \ln a = 4$ $\exists!$ корень

$f(z) = 8z^2 - 2z - 1$ $f(z) = 8 \cdot (z - \frac{1}{2}) \cdot (z + \frac{1}{4}) \Rightarrow f(z) =$
$= (2z-1) \cdot (4z+1)$

$a^t t = \frac{1}{2}$

Ответ: $a = e^{4/e}$



Черновик.

210
·297
1470
1890
420
4410 370

210
·297
1470
1390
420
440 370

$\sqrt{6\cdot(1+tg^2x)}=4\sin x$

1705
·2702
3410
0000

$8y^2\log_a x-\log_x a-2x\leq0$

$8x^2\log_a x\leq\log_x a-2x$

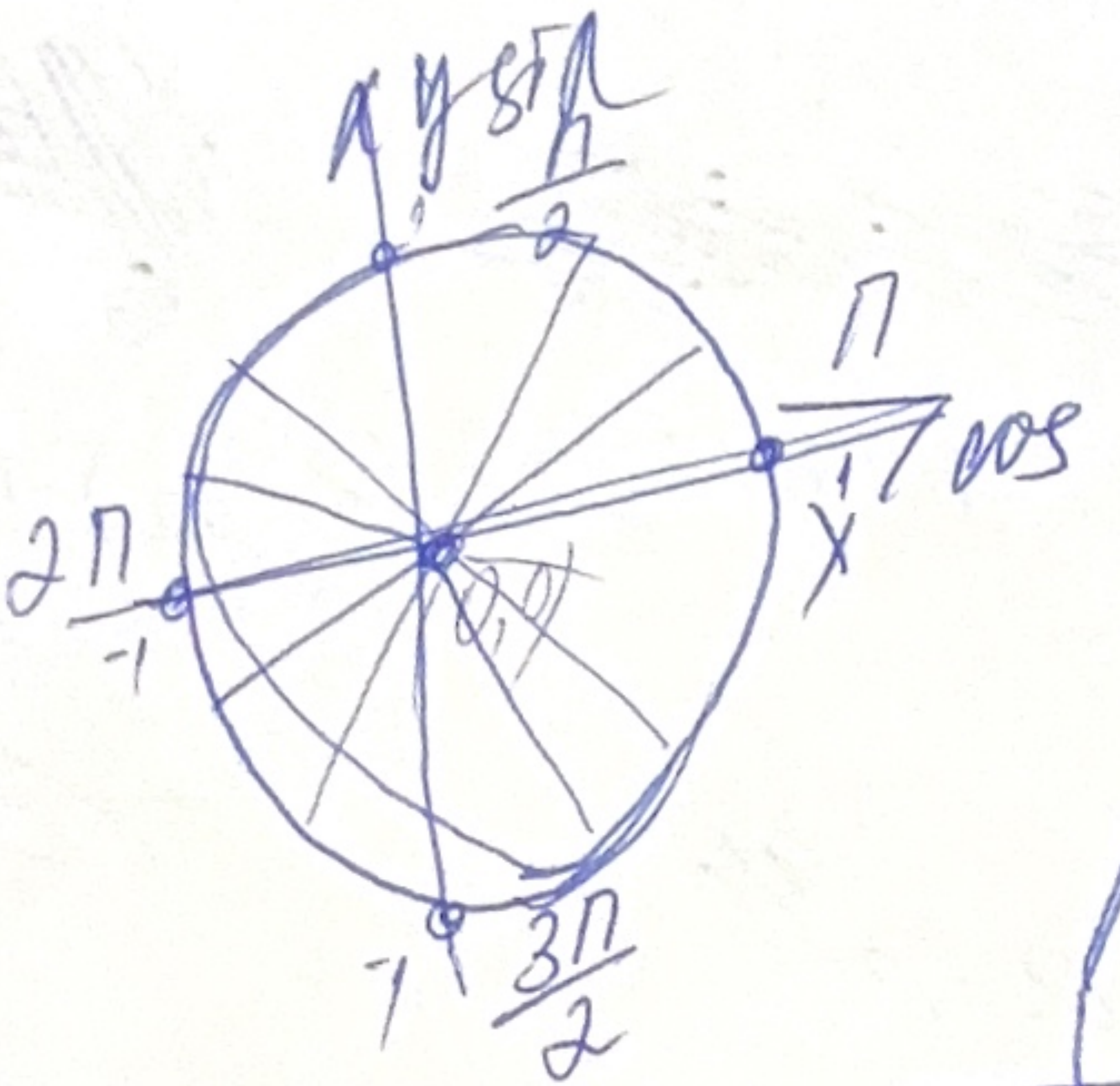
$\log_a b$

$y=\pm\frac{x^2}{2}+c$

$x_0=$ $\boxed{y=ax^2+bx+c}$

14 13
1705
·2702
3410
0110
11935
3400
0
23|2,1|1|1

$y=\sin k\pi x$



3
~~15~~
~~60~~
~~10~~
~~9~~
~~9 1 0~~